

# 基于图论的欧洲难民逃亡路线分析

周晶莹

(南京农业大学工学院 江苏 南京 210031)

**【摘要】**本文利用与欧洲难民逃难路线选择相关的若干因素,确定当下难民危机下的最优逃亡路线,并分析动态影响因素,进一步优化模型。首先总结出两个影响参数,难民逃跑过程中的危险指数及逃亡目的地的福利指数,再根据图论最小费用最大流基本原理,进而建立难民逃难路线的最优模型。在此基础上,结合动态变量分析结果优化逃亡模型。

**【关键词】**难民逃亡路线 图论 最大流原理

## 1 问题描述

由于战乱与贫穷,中东和非洲的难民急剧涌入欧洲,引发欧洲难民危机<sup>[1]</sup>。通过分析难民选择逃亡路线的影响因素,可以得到最优的逃亡路线选择模型,减少逃亡风险。

## 2 难民逃亡路线选择模型

### 2.1 图论说明

将难民的逃跑路线看做一个有向网络图  $T=(V, A, F)$ ,其中  $A$  为弧集表示难民逃跑时的某段路,  $F$  为弧的容量表示这条路上允许的最多难民数,  $f$  表示弧上的流量即逃亡的某段路线上难民的数量,在  $V$  中指定  $S$  为发点即难民的原籍国(记为  $v_s$ ),另一点  $D$  为收点即难民的目的地国(记为  $v_D$ ),其余点为中间点即难民的登陆点(记为  $v$ ),对于每条弧  $(v_i, v_j) \in A$ 。

### 2.2 基本假设

- (1) 假设难民基本逃难路线有六条基本路线。
- (2) 假设难民的目的国没有容量限制。
- (3) 假设根据资料查得的国土面积、某国目前人口数都是准确且符合统计特性的。

### 2.3 符号说明

- (1)  $S$ : 难民逃亡的起点
- (2)  $D$ : 难民逃亡的终点即难民的目的地国
- (3)  $M$ : 难民的登陆点即难民逃亡过程中的中转国
- (4)  $R$ : 危险指数
- (5)  $H$ : 福利指数
- (6)  $Q$ : 某国的国土面积 单位: 平方千米
- (7)  $G$ : 某国的现有人口数
- (8)  $f$ : 逃难路线中某段逃难路上的难民数
- (9)  $v(f)$ : 某条逃难路线允许的逃难者数量
- (10)  $K$ : 入境率
- (11)  $F$ : 逃难路线中某段逃难路上所能接受的最多难民数

### 2.4 入境率

我们定义,一个国家的入境率用来表示该国还可以接收的难民数量与该国有现有人口数的比值。根据相关资料,密集人口区的人口密度大于 100 人/平方千米,我们选择 100 人/平方千米来表述接收难民国的人口密集度的承受能力。入境率可定义为:  $K_i = \frac{100 * S_i - G_i}{G_i} = 1, 2, \dots, N;$

对于难民逃难过程之中某段路的最大流量  $F_{ij}$  即可用登陆点的  $K_j * G_j$  表示,即:  $F_{ij} = K_j * G_j, j = 1, 2, \dots, N。$

### 2.5 登陆点入境率限制和最大流模型

由于每个登陆点不是无限制接受难民的,因此难民进入某登陆点受到该登陆点的入境率限制,这就限制逃亡路线的某段路上的难民数量  $f$ ,因此,对某条逃亡路线的逃难者数量  $v(f)$  存在限制。为了实现所有难民逃难路线的选择,我们首先建立最大流模型来反应逃难路线上  $v(f)$  存在限制的问题:

$$\begin{aligned} & \max v(f) \\ & 0 \leq f_{ij} \leq F_{ij}, \forall (v_i, v_j) \in A \\ & s. t. \begin{cases} \sum_{j:(v_i, v_j) \in A} f_{ij} - \sum_{j:(v_j, v_i) \in A} f_{ji} = \begin{cases} v(f) & i = S \\ -v(f) & i = D \end{cases} \\ F_{ij} = K_j * G_j \\ i, j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned}$$

## 2.6 目标函数

难民逃亡不仅要满足某个难民可选最优路线,也要考虑登陆点入境率的限制,因此在任务一所建立的难民最优路线选择模型下我们进一步建立了基于图论的逃难路线选择模型:

$$\begin{aligned} & \min \sum_{v_i, v_j \in A} \frac{R_{ij} f_{ij}}{H_{ij}} \\ & 0 \leq f_{ij} \leq F_{ij}, \forall (v_i, v_j) \in A \\ & s. t. \begin{cases} \sum_{j:(v_i, v_j) \in A} f_{ij} - \sum_{j:(v_j, v_i) \in A} f_{ji} = \begin{cases} v(f_{\max}) & i = S \\ -v(f_{\max}) & i = D \end{cases} \\ F_{ij} = K_j * G_j \\ i, j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned}$$

## 3 考虑动态变量的模型优化

### 3.1 基本假设

(1) 假设国家人口数量是离散的,随时间连续的,可微的进行变化。

(2) 由于难民的不断涌入,入境率随着时间发生变化。

(3) 一个国家的最大容纳量确定且已知。

### 3.2 符号说明

- (1)  $x$ : 难民目的地国人口数量,随时间变化
- (2)  $N$ : 难民目的地国所能接受的最大人口数量
- (3)  $N_0$ : 难民目的地国原居民人口
- (4)  $K$ : 难民目的地国的入境率
- (5)  $E$ : 难民目的地国遣返难民的遣送率

### 3.3 人口数量动态变化模型

难民目的地国在未达到最大容量之前,避难国的容量不断增大,

而入境率会不断减小,满足下列公式:  $\begin{cases} x(t) = Kx(1 - \frac{x}{N}); \\ x(0) = N_0 \end{cases}$ ; 利用

分离变量法求得:  $x(t) = \frac{N}{1 + e^{-Kt}(N - N_0)/N_0}$ ;

当避难国达到人口数量一定容量时,避难国由于资源的限制,会限制难民进入或者遣送难民去其他国家。此时,避难国的人口数量满足下列模型:  $x(t) = Kx(1 - \frac{x}{N}) - Ex。$

上述模型表明难民在逃难过程中,目的地国的环境是不断变化的。目的地国所提供的住所、食物及其他帮助会不断缩减,在模型中反映为难民国的福利指数的变化;目的地国对于接收难民的态度与政策也会随着难民的不断涌入发生变化,在模型中就显示为目的地国的入境率和遣送率的变化。

## 4 结语

在建立最优逃难路线的模型中,已经假设有六条必经路线和不同路线的登陆点以及整体难民流量,利用图论原理可以求解模型。在优化的逃亡模型中,又重新考虑了避难国入境率的动态影响因素。但事实上,模型中还可以加入更多可变因素进行分析,从而使结果更为准确。

## 参考文献:

[1] Measurement Biases in Consumer Price Indexes, Alan G. White, International Statistical Review [J]. 1999(67) 301: 301 ~ 325.